



EDUCAÇÃO CIÊNCIA E SAÚDE
<http://dx.doi.org/10.20438/ecs.v6i1.176>

O JOGO SALTO DA RÃ COMO INSTRUMENTO AUXILIAR NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Célia Maria Rufino Franco¹, Edna Cordeiro de Souza¹, Leonardo Lira de Brito¹,
Igor Raphael Silva de Melo²

¹Profª Unidade Acadêmica de Física e Matemática, Universidade Federal de Campina Grande,
Cuité, PB, Brasil.

²Curso de Licenciatura de Matemática, Unidade Acadêmica de Física e Matemática,
Universidade Federal de Campina Grande, Cuité-PB, Brasil.

Email para correspondência: celiarufino@ufcg.edu.br

Resumo

Este artigo trata-se de um relato de experiência sobre o uso do jogo salto da rã como instrumento auxiliar no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. O trabalho foi fundamentado em pesquisas reportadas na literatura sobre o uso dos jogos no Ensino de Matemática. A pesquisa foi desenvolvida na modalidade qualitativa, onde foi realizado trabalho de campo na forma de minicurso durante a Semana Nacional de Ciência e Tecnologia realizada com alunos do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Campina Grande. Verificou-se que o uso de jogos em sala de aula, quando bem conduzido, é uma ferramenta motivacional no estudo da matemática. Foi possível realizar conexão entre as funções quadráticas e progressões aritméticas. A experiência permitiu abordar o Teorema de Caracterização das Funções Quadráticas de forma divertida e atrativa para os alunos.

Palavras-chave: Jogos matemáticos, Função quadrática, Recursos didáticos.

Abstract / resumen / résumé

This paper is an experience report about the use of the frog jumping game as an auxiliary instrument in the teaching and learning process of mathematics. The work was based on research reported in the literature on the use of games in Mathematics Teaching. The research was developed in the qualitative modality, where fieldwork was carried out in mini-course form during the National Science and Technology Week held with students of the Mathematics Degree Course of the Federal University of Campina Grande. It has been found that the use of classroom games, when well conducted, is a motivational tool in the study of mathematics. It was possible to make connection between quadratic functions and arithmetic progressions. The experience allowed us to approach the Theorem of Characterization of Quadratic Functions in a fun and attractive way for students.

Keywords: Mathematical games, Quadratic function, Didactic resources.

1 Introdução

A matemática não é apenas a linguagem utilizada pela ciência e pela tecnologia, ela apresenta conhecimentos centrais para explicar, representar e entender padrões de objetos, relações e estruturas presentes nos diversos sistemas físicos e abstratos que compõem a realidade e afetam diretamente a vida de todos. Vários fenômenos de diferentes áreas como a Biologia, a Economia, as Engenharias, entre outras, são explicados e representados por modelos matemáticos que utilizam conteúdo do currículo da Educação Básica e Ensino Superior.

Muitos são os problemas presentes nas mais variadas áreas de conhecimento que compõem o corpo educacional. Discussões e planejamentos são sempre realizados com o objetivo de sanar, ou mesmo amenizar, grande parte dessa problemática existente na área da educação. Uma das disciplinas que apresenta altos índices de reprovação e de insatisfação por parte de professores e de alunos é a Componente Curricular Matemática, disciplina essencial no currículo escolar, desde a fase inicial do ciclo de estudos.

Neste sentido, observa-se que essa problemática tem causado grandes preocupações para os pesquisadores da área de ensino de matemática gerando o seguinte questionamento: o que fazer para melhorar o aprendizado dessa disciplina de modo que os alunos consigam ter uma melhor compreensão dos conceitos e das aplicações referentes a essa disciplina?

A partir dessa indagação surgem alguns pesquisadores como Lorenzato (2006), Nacarato (2005), Silva (2012), Brito (2016), dentre outros, com propostas para tentar melhorar o ensino de matemática deixando a matemática de certa forma mais atraente e aproximando-a da realidade vivenciada pelo aluno.

Assim, elaborar propostas que possam contribuir para melhorar o processo de relação entre os alunos e os conceitos que precisam ser estudados durante as aulas de matemática são fundamentais para construirmos outro tipo de “postura mais consciente”. Conseqüentemente, os processos de interação entre o aluno e os conceitos matemáticos acontecem de forma mais prazerosa e consistente. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), de matemática:

É consensual a ideia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular da matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática. “Dentre elas, destacam-se a História da matemática, as tecnologias da comunicação e os jogos”. (BRASIL, 1998, p. 42)

Desta forma, dentre as várias metodologias apontadas pelos PCNs, utilizou-se neste trabalho o uso de jogos como instrumento auxiliar no ensino da matemática. Em particular, no ensino das funções quadráticas.

Uma vez que o jogo é visto como atrativo para a maioria das pessoas, o recurso ao uso dos jogos vem sendo uma das metodologias utilizadas por muitos professores de matemática como um meio auxiliar no processo de ensino aprendizagem. Além do mais, segundo os PCNs de matemática:

Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (BRASIL, 1998, p. 46)

Em Barros (2011) e Martins (2015) o jogo salto da rã é apresentado, mas não é aplicado em desenvolvimento de atividades práticas.

O objetivo deste trabalho é relatar a experiência dos autores na condução de uma atividade sobre funções quadráticas, desenvolvida com uma metodologia participativa. Neste relato, apresenta-se o jogo salto da rã como ferramenta para estudar o Teorema de Caracterização das Funções Quadráticas. As potencialidades do referido jogo foram investigadas e discutidas. Pretende-se motivar alunos e professores para a utilização de jogos em sala de aula com o objetivo de facilitar a concentração, desenvolver processos de generalização e raciocínio lógico.

2 O local e a população participante do grupo

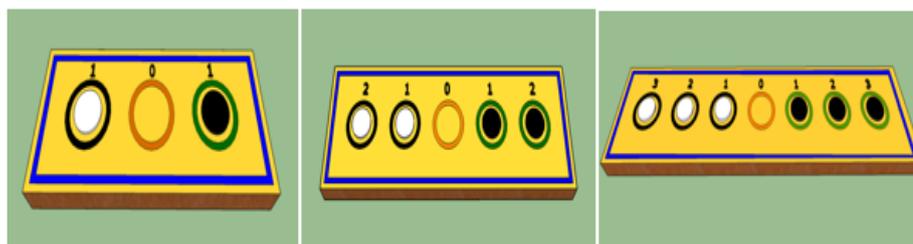
A atividade foi desenvolvida durante a Semana Nacional de Ciência e Tecnologia no Centro de Educação e Saúde da Universidade Federal de Campina Grande. O evento ocorreu em outubro de 2017, na cidade de Cuité/PB. Durante o evento,

foi proposto um minicurso sobre o jogo salto da rã que aconteceu nos dias 24 e 25 de outubro de 2017, com carga horária de 4h. O grupo foi composto por 13 alunos do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Campina Grande (Campus Cuité).

3 O jogo salto da rã

O jogo salto da rã é construído a partir de um tabuleiro plano com um número ímpar de casas e um número par de peças, que podem ser confeccionados em cartolina. As peças são divididas em dois grupos de mesma quantidade, mas com cores diferentes, distribuídas inicialmente como indicado na ilustração a seguir. O jogo requer apenas um jogador. Na Figura 1, têm-se exemplos de tabuleiros com 3, 5 e 7 casas.

Figura 1 : Tabuleiro do jogo salto da rã com 3, 5 e 7 casas



Fonte: Os autores (2017)

Movimentos permitidos: Cada peça só pode ser movida para uma casa vazia, vizinha a sua ou saltando sobre, no máximo, uma peça. As peças só andam em uma direção, isto é, não podem voltar. Cada casa só pode conter uma peça.

Objetivo do jogo: Inverter a posição das peças. Ao final, as peças brancas deverão estar na posição inicial das peças pretas e vice-versa. Na ilustração dada, as peças brancas só podem mover-se para a direita e as peças pretas para a esquerda.

4 Metodologia

Para a elaboração deste trabalho foi feita uma pesquisa bibliográfica nas obras de vários autores que discorrem sobre a temática do uso dos jogos em sala de aula. Desta forma, a metodologia descrita nesta seção, decorre de modelos reportados na literatura para uso de jogos (GRANDO, 2000; ALMEIDA, 2009).

O jogo utilizado nesta atividade foi construído a partir de materiais encontrados facilmente no cotidiano e usando alguns materiais reciclados como apresentado na relação a seguir.

Material utilizado:

- Isopor
- Tesoura
- Cola de Isopor / Cola quente
- Régua
- Folha A4 / Cartolina
- Caixa de ovos
- Lápis

Figura 2: Foto do tabuleiro construído com materiais reciclados



Fonte: Os autores (2017)

O desenvolvimento da atividade foi dividido em 3 momentos distintos:

Primeiro momento:

No primeiro momento foi feita uma breve revisão sobre alguns conteúdos, tais como: Sequências, Progressões e Funções, especificamente Funções Quadráticas. Neste momento, foi possível, além do feedback com os alunos, apresentar a base teórica do que seria trabalhado.

Segundo Momento: Familiarizando com o Jogo

Nesta etapa, foi o momento de familiarizar-se com o jogo. Foi apresentando sua origem, estrutura e regras para que fosse possível colocar em prática a atividade com a turma subdividida em duplas (jogador x adversário).

O jogo também foi dividido em etapas para induzir o raciocínio - lógico intuitivo e processos de generalização. Desta forma, optou-se por iniciar com o mínimo de peças possíveis (1 peça de cada cor para 3 casas) e, de acordo com o avanço da turma, chegar até o máximo de peças consideradas (4 peças de cada cor para 9 casas). No decorrer deste momento, os alunos receberam um quadro onde anotavam suas jogadas, ou seja, o número de movimentos usados para a quantidade de peças do tabuleiro até atingir o objetivo final do jogo que é responder o seguinte questionamento: Qual o número mínimo de movimentos para inverter a posição de n peças de cada cor?

Dando início ao jogo, foi entregue a cada dupla uma tabela (Tabela 1). Solicitou-se que variassem o valor de n tais como ($n=1$, $n=2$, $n=3$, $n=4$) e anotassem o número de jogadas que eram necessárias para completar o jogo.

Tabela 1: Tabela auxiliar

Número de peças de cada cor (n)	Números de movimentos para completar o jogo $f(n)$

5 Resultados e discussão

Durante a explanação dos conceitos de Progressões e Funções Quadráticas, não houve intervenção dos discentes em relação às dúvidas. Contudo, ao iniciar o jogo salto da rã, os alunos demonstraram curiosidade, pois era algo novo ali para eles. Surgiram as dúvidas, dificuldades e falta de paciência também, já que é um jogo que exige bastante raciocínio - lógico, observação, análise de movimentos e contagem. Neste momento, a intervenção do professor é de fundamental importância para que não forneça respostas prontas ao aluno, mas sim, forneça um caminho para que ele atinja seu objetivo. A Figura 3 mostra o grupo executando a atividade.

Figura 3: Alunos executando a atividade



Fonte: Os Autores (2017)

A Figura 4 mostra as respostas fornecidas por uma das duplas quando foi solicitado que os alunos considerassem alguns casos ($n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$) e anotassem o número de jogadas que eram necessárias para completar o jogo.

Os alunos conseguiram enxergar o padrão que existe quando se relaciona o número de movimentos necessários com o número de peças. Como mostra a Figura 4, o aluno colocou $x + 2$, para representar o número de movimentos para uma peça. Em seguida, $2x + 4$, para representar o número de movimentos para 2 peças e assim por diante.

Para induzir o processo de generalização, os resultados foram colocados em uma tabela. Denotou-se por $f(n)$ o número mínimo de movimentos necessários para inverter a posição de n peças de cada cor como mostrado na Figura 4.

Figura 4: Tabela preenchida pelos alunos

Número de peças de cada cor (n)	Número de movimentos para completar o jogo f(n)
1	3
2	8
3	15
4	24

$x + 2$
 $2x + 4$
 $3x + 6$
 $4x + 8$

Fonte: Os Autores (2017)

A partir da Tabela 1, obteve-se a seguinte sequência:

$$3, 8, 15, 24, \dots, f(n). \quad (1)$$

Que corresponde ao número de movimentos.

Examinando as diferenças entre os termos consecutivos desta última sequência, encontra-se uma nova sequência:

$$5, 7, 9, \dots, a_n \quad (2)$$

onde,

$$a_n = f(n+1) - f(n).$$

Logo, a soma S_n dos n primeiros termos da sequência (2) é:

$$S_n = f(n+1) - f(1). \quad (3)$$

Nesta dedução mais formal os alunos não conseguiram chegar sozinhos, sendo preciso à intermediação dos proponentes.

Considerando que a sequência $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ é uma progressão aritmética de razão $r = 2$, obtém-se de (3) a seguinte igualdade:

$$\frac{(a_1 + a_n)n}{2} = f(n+1) - f(1). \quad (4)$$

Agora, substituindo $a_1 = 5$, $a_n = 5 + (n-1)2$, e $f(1) = 3$ em (4) resulta na seguinte expressão:

$$f(n+1) = n^2 + 4n + 3. \quad (5)$$

Ou equivalentemente,

$$f(n) = n^2 + 2n. \quad (6)$$

que é a restrição de uma função quadrática aos números naturais.

A função quadrática (6) é a regra geral procurada e fornece os termos da sequência dada em (1).

A partir da solução apresentada de maneira mais formal para os alunos surgiram os seguintes questionamentos: Será que toda sequência tal que as diferenças sucessivas dos termos formam uma progressão aritmética, tem como termo geral uma função quadrática restrita aos números naturais?

Nesse momento os alunos ficaram divididos, alguns acharam que esse era apenas um caso particular que servia só para aquele caso que estava sendo discutido, outros disseram que achavam que o resultado valia sempre, mas não sabiam justificar.

Como os alunos não sabiam justificar, foi preciso o professor intervir mais uma vez mostrando que existe um teorema que garante o resultado. Trata-se do Teorema de Caracterização das Funções Quadráticas, cuja demonstração pode ser encontrada em Lima et al. (2006).

Teorema 1 (Caracterização das Funções Quadráticas): Se, $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n, \dots$ é uma sequência tal que as diferenças sucessivas dos termos formam uma progressão aritmética, então existem números reais $a, b, e c$ tais que

$$y_n = an^2 + bn + c. \quad (7)$$

para todo $n \in \mathbb{N}$. Assim, considerando a função $f(x) = ax^2 + bx + c$, tem-se que

$$y_n = f(n). \quad (8)$$

para todo $n \in \mathbb{N}$.

Usando este último resultado pode-se determinar a regra geral do desafio proposto resolvendo um sistema de equações lineares.

Com efeito, substituindo os três primeiros dados da tabela em (6), tem-se o sistema

$$\begin{cases} a + b + c = 3 \\ 4a + 2b + c = 8 \\ 9a + 3b + c = 15 \end{cases}$$

cuja solução é

$$a = 1, b = 2 \text{ e } c = 0.$$

Portanto, o termo geral da sequência (1) é

$$y_n = f(n) = n^2 + 2n.$$

De uma maneira geral, se $f(x) = ax^2 + bx + c$ é qualquer função quadrática e

$$x_1, x_2, x_3, x_4, \dots$$

é uma progressão aritmética arbitrária, então a sequência

$$y_1, y_2, y_3, y_4, \dots$$

dos valores $y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2), y_3 = f(x_3), \dots$ tem a propriedade de que as diferenças sucessivas

$$d_1 = y_2 - y_1, d_2 = y_3 - y_2, d_3 = y_4 - y_3, \dots$$

formam uma progressão aritmética. Reciprocamente, toda função contínua $f: R \rightarrow R$ que transforma progressões aritméticas em sequências tais que as diferenças sucessivas dos termos formam uma P.A. é da forma

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

Após a aplicação do teorema, todos os alunos ficaram surpresos com o fato de poder relacionar os conteúdos de progressão aritmética com função quadrática, achavam que esses conteúdos não tinham nenhuma relação.

Os jogos podem contribuir para um trabalho de formação de atitudes, necessárias para aprendizagem da Matemática. Enfrentar desafios, lançar-se à busca de soluções, desenvolvimento do senso crítico, da intuição, da criação de estratégias e da possibilidade de alterá-las quando o resultado não é satisfatório.

Porém, vale salientar que a simples utilização do jogo não é garantia de uma aprendizagem com maior compreensão, pois, vai depender da forma como o professor aplica o jogo em sala de aula. Assim, antes do professor levar um determinado jogo para sala de aula ele precisa fazer um bom planejamento e ter em mente os seguintes questionamentos: Quais conceitos matemáticos é possível trabalhar com esse jogo? Esse jogo será que vai facilitar mesmo a aprendizagem ou vai confundir mais ainda os alunos? Quais os objetivos que os alunos devem atingir? Quais as potencialidades e limitações desse jogo? Depois do professor ter em mente esses questionamentos ele poderá levar ou não o jogo para a sala de aula.

6 Conclusão

Diante do trabalho com o jogo salto da rã foi possível verificar que o mesmo é um recurso importante para a aquisição e estimulação da aprendizagem. Com a aplicação do jogo foi possível perceber que os alunos tiveram um maior interesse em participar da atividade que foi proposta.

Verificou-se que, o uso do jogo quando bem conduzido em relação aos seus objetivos trazem as seguintes contribuições:

- ✓ O trabalho em equipe – as atividades desenvolvidas envolviam a necessidade do trabalho em equipe.
- ✓ Um ensino-aprendizagem reflexivo – no momento de tentar justificar o desenvolvimento das jogadas e no processo de exploração dos conteúdos.
- ✓ Entusiasmo dos alunos durante aplicação do jogo – foi possível observar que em grande parte da aula, os alunos mostraram grande envolvimento com a atividade proposta, no sentido de buscar a solução e de realizar comparações com as soluções de seus colegas.
- ✓ Instrumento de mediação – foi fundamental o uso do jogo como instrumento de mediação pois, no momento em que o aluno faz uso de jogos que lhe permitem reproduzir um modelo que se assemelha com elementos matemáticos da sua realidade, ele pode ser capaz de explorar conceitos abstratos com maior facilidade.

Com a aplicação do jogo também foi possível perceber o potencial dos alunos quando são instigados a realizar atividades práticas. Foi possível relacionar as funções quadráticas com progressões aritméticas, além de apresentar aos alunos o Teorema de Caracterização das Funções Quadráticas de forma lúdica. Quando os conteúdos são trabalhados de forma prática, facilita a sua assimilação. A metodologia adotada foi muito proveitosa, pois despertou o interesse da turma no desenvolvimento das atividades, mesmo com algumas dúvidas em relação ao conteúdo.

7 Referências

ALMEIDA, P. N. de. **Educação lúdica: técnicas e jogos pedagógicos**. São Paulo: Loyola, 2009.

BARROS, R. J. A. R. **A utilização de jogos concretos na aprendizagem de indução finita no ensino superior**. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRITO, L. L. **Laboratório de matemática no museu: usos e perspectivas**. 2016. 138p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

GRANDO, R. C. **O jogo e a matemática no contexto de sala de aula**. São Paulo: Papyrus, 2000.

LIMA, E. L. et. al. **A Matemática do Ensino Médio**. Vol. 1. Rio de Janeiro: Coleção do Professor de Matemática, SBM, 2006.

LORENZATO, S. (Org). **O laboratório de ensino da matemática na formação de professores**. Formação de professores. 1 ed. São Paulo: Autores Associados Ltda. 2006.

MARTINS, R. S. **O princípio da indução finita e jogos para o ensino de funções**. Dissertação (Mestrado). Programa de Mestrado Profissional em Matemática - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São José do Rio Preto, 2015

SILVA, R. A. **O uso de material didático de manipulação no cotidiano da sala de aula de matemática**. 2012. 125f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2012.